# תרגיל

הוכח באינדוקציה כי לכל מספר זוגי הביטוי מתחלק ב48

## פתרון

בדיקה עבור המספר הטבעי הזוגי הראשון נותן ומתחלק ב48.

הנחת האינדוקציה: נניח שהביטוי מתחלק ב48.

טענת האינדוקציה: עבור במקום כיוון שרוצים את המספרים הזוגיים. טענה: מתחלק ב48.

הוכחה: נפרק את הביטוי: . נסדר איברים כך שיתאימו להנחת האינדוקציה: . נשאר להוכיך ש מתחלק ב48 לכל זוגי: . הביטוי שקיבלנו מתחלק ב6, לכן נשאר להוכיח ש מתחלק ב8(כיוון ש).

צ"ל: מתחלק ב8:  
דרך א: . כיוון שn זוגי, n+2 גם זוגי וקיבלנו מכפלת שני איברים עוקבים זוגיים. כיוון שn זוגי נרשום , נציב ונקבל . הביטוי שקיבלנו מתחלק ב4, נשאר להראות ש מתחלק ב2. הביטוי הוא מכפלת שני איברים עוקבים ולכן אחד מהם בהכרח זוגי ולכן מתחלק ב2. ולכן סך כל הביטוי מתחלק ב2 ו4 ולכן מתחלק ב8.

### אפשרות ב'

נתון שn זוגי, ולכן נציב בביטוי ונקבל . נותר להראות ש מתחלק ב6. נוכיח באינדוקציה:

בדיקה עבור ונקבל .  
הנחת האינדוקציה: מתחלק ב6.  
צ"ל: שהביטוי מתחלק ב6:  
נותר להראות שהביטוי מתחלק ב6. ז"א שצריך להראות מתחלק ב2, ז"א שהוא זוגי לכל k. נציב ונראה שלכל k הביטוי זוגי:  
k א"ז אז . k זוגי:

# תרגיל

בכמה דרכים ניתן לרצף שביל באורך n ע"י השימוש במרצפות אדומות באורך 2, ירוקות באורך 2 ושחורות באורך 1?

## פתרון

נסמן ע"י את מספר הריצופים המבוקש. נבדוק בכמה דרכים ניתן להתחיל את הריצוף. לאחר הנחת מרצפת אדומה או ירוקה נותר שביל באורך n-2 לרצף, ואת זה עושים ע"י אפשרויות. אם מתחילים עם מרצפת שחורה אז נשארים n-1 מקומות לרצף וזאת עושים ע"י אפשרויות. סה"כ

אפתר לפתור את המשוואה:. הפתרונות הם ולכן הפתרון הכללי הוא . ע"י הצבת ת.ה. נקבל את המקדמים : הפתרון של מערכת המשוואות נותן ש לכן

# תרגיל

מצא נוסחת רקורסיה עבור , מספר הסדרות הבינאריות באורך n ללא הרצפים הבאים:

## ללא הרצף 11

נניח שאנו יודעים לרצף וכו' ועלינו למצוא את . נשרטט כיצד מתחיל הרצף:

סה"כ הפתרון הוא . נזכור להוסיף ת.ה.:

## ללא הרצף 111

=> ,

## ללא הרצף 1100

נניח שפתחנו את הרצף ב1. אסור לנו לקבל את הרצף 1100, לכן מורידים אפשרויות. לכן

# תרגיל

מצא יחס רקורסיה בתנאי התחלה עבור מספר המילים בני n אותיות מתוך ללא הרצפים:

## AA

ת.ה. לכולם:

. אפשרות אחרת:

## ב. AB

## ג. AA,AB

## ד. AB,AC